

Adatbank számonkéréshez – Megoldások

- (1) A modellben jelölje x_1 a gyártandó limuzinok, x_2 pedig a gyártandó kombik számát! Ekkor:

$$\begin{aligned}x_1, x_2 &\geq 0, \quad x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \\ \frac{x_1}{800} + \frac{x_2}{700} &\leq 1 \\ \frac{x_1}{1500} + \frac{x_2}{1200} &\leq 1 \\ z = 300x_1 + 500x_2 &\rightarrow \max\end{aligned}$$

- (2) A modellben jelölje x_1 a gyártandó barnamacik, x_2 a gyártandó jegesmacik számát! Ekkor:

$$\begin{aligned}x_1, x_2 &\geq 0, \quad x_1, x_2 \in \mathbb{Z} \\ x_1 + 2x_2 &\leq 350 \\ 2x_1 + x_2 &\leq 400 \\ z = 2x_1 + 2.5x_2 &\rightarrow \max\end{aligned}$$

- (3) Jelölje x_1 és x_2 rendre az **A** illetve a **B** jelű táp készítéséhez felhasznált búza, továbbá jelölje y_1 és y_2 rendre az **A** illetve a **B** jelű táp készítéséhez felhasznált kukorica mennyiségét kg-ban! Ekkor a modell:

$$\begin{aligned}x_1, x_2 &\geq 0 \\ x_1 + x_2 &\leq 1200 \\ y_1 + y_2 &\leq 800 \\ \frac{x_1}{x_1 + y_1} &\geq 0.75 \\ \frac{y_2}{x_2 + y_2} &= 0.6 \\ z = x_1 + 0.5x_2 + 1.2y_1 + 0.7y_2 &\rightarrow \max\end{aligned}$$

- (4) A modellben x_1 , x_2 és x_3 jelöli rendre a három különböző italporból vásárolt mennyiséget kg-ban. Ekkor:

$$\begin{aligned}x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \\ 0.87x_1 + 0.35x_2 + 0.29x_3 &\geq 3 \\ 0.1x_1 + 0.6x_2 + 0.7x_3 &\leq 1.8 \\ 0.03x_1 + 0.05x_2 + 0.01x_3 &\geq 0.12 \\ z = 5000x_1 + 2500x_2 + 1500x_3 &\rightarrow \min\end{aligned}$$

- (5) A modellben x_1, x_2, x_3 és x_4 jelöli rendre az üdítőfajtákból rendelt mennyiségeket literben. Ekkor a modell:

$$\begin{aligned}x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0, \quad x_1, x_2, x_3, x_4 \in \mathbb{Z} \\x_1 + x_2 &= 4000 \\x_1 &\geq 3000 \\x_3 &\geq 3000 \\x_4 &\leq 800 \\x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 8000 \\z = 6x_1 + 20x_2 + 20x_3 + 18x_4 &\rightarrow \max\end{aligned}$$

- (6) Jelölje x_1, x_2, x_3 és x_4 rendre az adott ötvözet mennyiségét a szállítmányban tonnában felírva! Ekkor a modell:

$$\begin{aligned}x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \\x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 100 \\0.06x_1 + 0.03x_2 + 0.02x_3 + 0.01x_4 &\geq 3.5 \\0.03x_1 + 0.02x_2 + 0.05x_3 + 0.06x_4 &\leq 3 \\0.08x_1 + 0.03x_2 + 0.02x_3 + 0.01x_4 &= 4 \\z = 8x_1 + 10x_2 + 12x_3 + 14x_4 &\rightarrow \max\end{aligned}$$

- (7) A modellben igen-nem döntési helyzettel állunk szemben, tehát az x_i ($i = 1, 2, 3, 4, 5$) döntési változók rendre bináris változók lesznek, melyek értéke pontosan akkor 1, ha kiválasztjuk az adott túrát, és 0, ha nem választjuk. Ekkor a modell:

$$\begin{aligned}x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\text{ bináris} \\20x_1 + 28x_2 + 34x_3 + 12x_4 + 15x_5 &\geq 60 \\1000x_1 + 1100x_2 + 900x_3 + 500x_4 + 700x_5 &\geq 2500 \\8x_1 + 10x_2 + 12x_3 + 5x_4 + 7x_5 &\leq 25 \\z = 9x_1 + 10x_2 + 8x_3 + 6x_4 + 7x_5 &\rightarrow \max\end{aligned}$$

- (8) A modellben jelölje x_{ij} , ahol $i, j = 1, \dots, 7$ és $i < j$, azon rendőrök számát, akik a hét i -edik és j -edik napján szabadnaposak, a hét első napja legyen hétfő. Ekkor a modell:

$$x_{ij} \geq 0, x_{ij} \in \mathbb{Z}, i, j = 1, \dots, 7, i < j$$

$$x_{12} + x_{13} + x_{14} + x_{15} + x_{16} + x_{17} = 12$$

$$x_{12} + x_{23} + x_{24} + x_{25} + x_{26} + x_{27} = 6$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{34} + x_{35} + x_{36} + x_{37} = 5$$

$$x_{14} + x_{24} + x_{34} + x_{45} + x_{46} + x_{47} = 14$$

$$x_{15} + x_{25} + x_{35} + x_{45} + x_{56} + x_{57} = 9$$

$$x_{16} + x_{26} + x_{36} + x_{46} + x_{56} + x_{67} = 2$$

$$x_{17} + x_{27} + x_{37} + x_{47} + x_{57} + x_{67} = 12$$

$$z = x_{12} + x_{23} + x_{34} + x_{45} + x_{56} + x_{67} + x_{17} \rightarrow \max$$

- (9) A feladatban igen-nem döntések sorozatát kell meghoznunk. Legyen az x_{it} döntési változók értéke 1 pontosan akkor, ha az i -edik épület építése a t -edik évben kezdődik, és 0, ha nem (ahol $i = 1, 2, 3$ és $t = 1, 2, 3, 4$). Ekkor:

$$x_{it} \text{ bináris, } i = 1, 2, 3, t = 1, 2, 3, 4$$

$$30x_{11} + 20x_{21} + 20x_{31} \leq 60$$

$$30 \cdot (x_{11} + x_{12}) + 20 \cdot (x_{21} + x_{22}) + 20 \cdot (x_{31} + x_{32}) \leq 60$$

$$30 \cdot (x_{12} + x_{13}) + 20 \cdot (x_{22} + x_{23}) + 20 \cdot (x_{31} + x_{32} + x_{33}) \leq 60$$

$$30 \cdot (x_{13} + x_{14}) + 20 \cdot (x_{23} + x_{24}) + 20 \cdot (x_{32} + x_{33} + x_{34}) \leq 60$$

$$x_{11} + x_{21} + x_{31} \leq 1$$

$$x_{12} + x_{22} + x_{32} \leq 1$$

$$x_{13} + x_{23} + x_{33} \leq 1$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \leq 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24} \leq 1$$

$$x_{31} + x_{32} + x_{33} + x_{34} \leq 1$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 1$$

$$z = 10x_{11} + 5x_{12} + 6x_{21} + 3x_{22} + 4x_{31} \rightarrow \max$$

(10) Értelmezzük a döntési változókat $i = 1, 2, 3, 4$ esetén a következő módon:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{ha befektetünk az } i\text{-edik lehetőségbe,} \\ 0, & \text{ha nem.} \end{cases}$$

A feladat modellje:

x_1, x_2, x_3, x_4 bináris

$$5000x_1 + 7000x_2 + 4000x_3 + 3000x_4 \leq 14000$$

$$z = 16000x_1 + 22000x_2 + 12000x_3 + 8000x_4 \rightarrow \max$$

1. Ha a cég legfeljebb két befektetésbe szállhat be, ki kell egészítenünk a modellt:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 2$$

2. Ha a cég a második lehetőségbe befektet, akkor az elsőbe is be kell fektetnie:

$$x_2 \leq x_1$$

3. Ha a cég a második lehetőségbe befektet, akkor a negyediket már nem választhatja:

$$x_2 + x_4 \leq 1$$

(11) Értelmezzük a döntési változókat $i = 1, 2, 3, 4$ esetén a következő módon:

$$x_i = \begin{cases} 1, & \text{ha befektetünk az } i\text{-edik lehetőségbe,} \\ 0, & \text{ha nem.} \end{cases}$$

A feladat modellje:

x_1, x_2, x_3, x_4 bináris

$$3000x_1 + 5000x_2 + 4000x_3 + 6000x_4 \leq 12000$$

$$z = 5000x_1 + 8000x_2 + 6000x_3 + 7000x_4 \rightarrow \max$$

A modell kiegészítése:

$$x_2 + x_3 \leq x_4 + 1$$

- (12) A modellben jelölje x_{ij} az i -edik hónap elején j hónapra lekötött összeget! Ekkor a modell feltételei mérlegegyenletek:

$$\begin{aligned}
 x_{ij} &\geq 0 \\
 500\,000 + 600\,000 &= 600\,000 + x_{11} + x_{12} + x_{13} + x_{14} \\
 1.02x_{11} + 800\,000 &= 500\,000 + x_{21} + x_{22} + x_{23} \\
 1.02x_{21} + 1.04x_{12} + 300\,000 &= 500\,000 + x_{31} + x_{32} \\
 1.02x_{31} + 1.04x_{22} + 1.06x_{13} + 300\,000 &= 250\,000 + x_{41} \\
 z = 1.09x_{14} + 1.06x_{23} + 1.04x_{32} + 1.02x_{41} &\rightarrow \max
 \end{aligned}$$

- (13) A modellben jelölje x_1 és x_2 rendre a gyártandó féklámpaizzók illetve fényszóróizzók számát, továbbá y_1 illetve y_2 értéke legyen 1 pontosan akkor, ha gyártunk féklámpaizzót illetve fényszóróizzót, és 0, ha az adott terméket nem gyártjuk. Ekkor a feladat modellje:

$$\begin{aligned}
 x_1, x_2 &\geq 0, x_1, x_2 \in \mathbb{Z}, y_1, y_2 \text{ bináris} \\
 3x_1 + 6x_2 &\leq 120 \\
 x_1 &\leq 40y_1 \\
 x_2 &\leq 20y_2 \\
 z = 2x_1 + 5x_2 - 10y_1 - 20y_2 &\rightarrow \max
 \end{aligned}$$

- (14) A modellben jelölje x_1, x_2, x_3 rendre az adott szállítótól rendelt gépek számát, továbbá legyen y_1, y_2, y_3 értéke 1 pontosan akkor, ha rendelünk az adott szállítótól, és 0 pontosan akkor, ha nem rendelünk. A feladat modellje:

$$\begin{aligned}
 x_1, x_2, x_3 &\geq 0, x_1, x_2, x_3 \in \mathbb{Z}, y_1, y_2, y_3 \text{ bináris} \\
 x_1 + x_2 + x_3 &= 1100 \\
 x_1 &\leq 500y_1 \\
 x_2 &\leq 900y_2 \\
 x_3 &\leq 400y_3 \\
 z = 500x_1 + 350x_2 + 250x_3 + 5000y_1 + 4000y_2 + 6000y_3 &\rightarrow \min
 \end{aligned}$$

- (15) A modellben jelölje az x_i változó azt, hogy hány darabot használunk fel az i névértékű címletből, tehát i értéke lehet 5, 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1 000, 2 000, 5 000, 10 000, 20 000. Továbbá legyen c az a (5-tel osztható) pénzösszeg, amit minimális számú címlettel szeretnénk kifizetni. Ekkor a modell:

$$x_i \geq 0, x_i \in \mathbb{Z} \text{ minden } i\text{-re}$$

$$5x_5 + 10x_{10} + 20x_{20} + 50x_{50} + 100x_{100} + 200x_{200} + 500x_{500} + 1000x_{1000} + \\ + 2000x_{2000} + 5000x_{5000} + 10000x_{10000} + 20000x_{20000} = c$$

$$z = x_5 + x_{10} + x_{20} + x_{50} + x_{100} + x_{200} + x_{500} + x_{1000} + x_{2000} + x_{5000} + x_{10000} + x_{20000} \rightarrow \min$$